

Wydajnościowo-niezawodnościowa analiza warstwy szkieletowej sieci komputerowych (prolegomena)

Lech Madeyski¹, Zygmunt Mazur²

Politechnika Wrocławska, Wydział Informatyki i Zarządzania, Wydziałowy Zakład Informatyki

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

Streszczenie. W artykule zaprezentowano wstępną koncepcję i przegląd literatury dotyczącej analizy wydajnościowo-niezawodnościowej sieci z uwzględnieniem specyfiki warstwy szkieletowej sieci komputerowych. Zaproponowano sposób generowania miar wydajnościowo-niezawodnościowych (*performability measures*) sieci umożliwiając łączną analizę wydajnościowo-niezawodnościową sieci uwzględniającą przepływową naturę sieci. Ze względu na złożoność rozpatrywanych problemów obliczeniowych przedstawiając metodologię analizy wydajnościowo-niezawodnościowej sieci zaproponowano wykorzystanie znanej z literatury metody najbardziej prawdopodobnych stanów do określenia górnych i dolnych ograniczeń na oczekiwaną wydajność sieci.

Słowa kluczowe: analiza wydajnościowa, analiza algorytmów, algorytmy faktoryzacji, niezawodność K -terminali.

1. Architektura sieci komputerowych

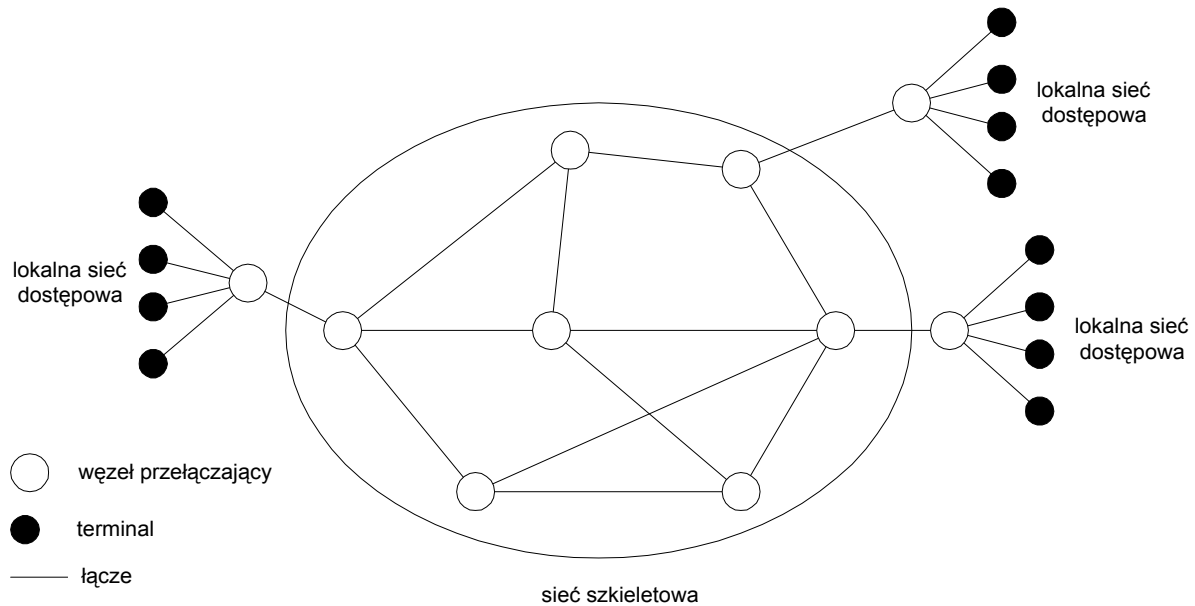
Sieci komputerowe można przedstawić jako zbiór węzłów i łączy komunikacyjnych. Rysunek 1. ilustruje typową sieć komputerową jako strukturę hierarchiczną, w której można wyróżnić:

- lokalne sieci dostępowe (*local access networks*), umożliwiające użytkownikom dostęp do zasobów sieci,

¹ E-mail: madeyski@ci.pwr.wroc.pl.

² E-mail: mazur@ci.pwr.wroc.pl.

- sieć szkieletową (*backbone network*) łączącą sieci dostępowe z wykorzystaniem węzłów przełączających.



Rysunek 1. Hierarchiczna architektura sieci.

Powyzsza struktura hierarchiczna ogranicza liczbę połączeń między węzłami.

Zaproponowana w tej pracy metodologia analizy wydajnościowo-niezawodnościowej sieci komputerowej dotyczy sieci szkieletowej.

2. Modele sieci

Analiza niezawodności i wydajności sieci realizowana może być z wykorzystaniem różnych typów modeli sieci i miar charakteryzujących je pod względem niezawodności i wydajności w zależności od źródła uszkodzeń:

1. Model deterministyczny - w modelu tym najczęściej badany jest najgorszy przypadek, w którym przeciwnik inteligentnie wybiera pewne elementy sieci do zniszczenia tak, aby nie mogła ona realizować swoich funkcji. W przypadku deterministycznego modelu sieci stosowane miary wrażliwości na uszkodzenia (*vulnerability measures*) określają zwykle, jak wiele komponentów musi ulec uszkodzeniu, aby sieć nie mogła realizować swoich funkcji. Miary owe to chociażby spójność wierzchołkowa $\kappa(G)$, spójność krawędziową $\lambda(G)$, minimalny stopień węzła $\delta(G)$ (które łączy zależność $\kappa(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G) \leq \lfloor 2e/n \rfloor$), czy trwałość (*persistence*) definiowana jako minimalna liczba łączy, które muszą być usunięte, aby zwiększyć średnicę sieci (maksymalny dystans pomiędzy węzłami),

sprawić, że sieć będzie niespójna [Boesch86] lub zredukować wydajność poniżej akceptowalnego poziomu. Model ten znajduje zastosowanie głównie w projektowaniu systemów i sieci wojskowych.

2. Model probabilistyczny:

- a) Przy założeniu, że elementy sieci ulegają wzajemnie niezależnie losowym uszkodzeniom.
- b) Przy założeniu, że uszkodzenia elementów sieci są wzajemnie zależne.

Ze względu na złożoność rozpatrywanych problemów i niezdolność do modelowania mechanizmów uszkodzeń, w analizie niezawodnościowej sieci wykorzystuje się zwykle, niezależne od czasu, dyskretne modele probabilistyczne [Ball95]. Struktura topologiczna sieci jest na ogół modelowana za pomocą grafu, w którym łącza (a niekiedy również węzły) ulegają wzajemnie niezależnie losowym uszkodzeniom z określonym prawdopodobieństwem. Sieć N reprezentowana jest poprzez graf probabilistyczny G_K z wyróżnionym podzbiorem wierzchołków K ($2 \leq |K| \leq |V|$). Każde łącze komunikacyjne umożliwia dwukierunkową komunikację pomiędzy węzłami pod warunkiem, że jest ono sprawne. Wierzchołki grafu reprezentują węzły (centra) komunikacyjne. Często zakłada się, że są one całkowicie niezawodne.

3. Miary niezawodności sieci probabilistycznych

Zwykle formułowane są następujące miary oceny niezawodności sieci modelowanych przez grafy probabilistyczne:

- niezawodność dwóch terminali (*2-terminal network reliability*), (przypadek gdy $|K|=2$) określa prawdopodobieństwo, że pomiędzy dwoma węzłami może być przesłana wiadomość (istnieje ścieżka łącząca określone dwa węzły) [Beichelt91b, Cancela95, Harms93, Torrieri94];
- niezawodność wszystkich terminali (*All-terminal network reliability*), (przypadek gdy $|K|=|V|$) jest definiowana jako prawdopodobieństwo, że wszystkie węzły są połączone za pomocą nie uszkodzonych łączy (mogą się komunikować) [Beichelt91a, Colbourn88, Karger95a, Karger95b, Karger97, Strayer98];
- niezawodność K -terminali (*K-terminal network reliability*) będąca uogólnieniem dwóch powyższych miar, definiowana jako prawdopodobieństwo, że wszystkie węzły znajdujące się w zbiorze K ($2 \leq |K| \leq |V|$) są połączone za pomocą nie uszkodzonych łączy (mogą się

komunikować) [Carlier96, Ng91, Page88, Satyanarayana83, Satyanarayana85, Theologou91, Wood85, Wood86, Wood89].

Nawet dla przyjętego, tak prostego modelu, rozważane problemy obliczania powyższych miar niezawodności bazujących na spójności sieci należą do klasy problemów NP-trudnych i #P-zupełnych [Valiant79b, Ball80, Ball83, Ball86]³ (jest więc mało prawdopodobne, że można je rozwiązać dokładnie w czasie wielomianowym w funkcji rozmiaru problemu).

4. Definicja niezawodności

W powyższym modelu, prawdopodobieństwo działania komponentu (łącza, węzła) często określane słowem niezawodność może mieć jedną z kilku interpretacji. Najczęściej⁴ przyjmowane interpretacje to:

1. gotowość komponentu do działania (*component's availability*)⁵;
2. niezawodność komponentu (*component's reliability*).

Gotowość do działania jest używana w kontekście systemów naprawialnych (*repairable systems*) i jest definiowana jako prawdopodobieństwo, że w losowym punkcie czasu komponent jest sprawny: $\frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$ ⁶.

Niezawodność komponentu jest zwykle definiowana jako prawdopodobieństwo, że komponent nie ulegnie uszkodzeniu w określonym czasie. Oczywiście interpretacja prawdopodobieństwa działania komponentu determinuje właściwą interpretację obliczonych miar niezawodności. Wykorzystując terminy prawdopodobieństwa działania czy niezawodności komponentu nie zawsze przypisuje się im konkretną interpretację, podając jedynie wartości prawdopodobieństwa działania łącza (i ewentualnie węzłów).

³ Dotyczy to również grafów planarnych [Provan86].

⁴ Por.: [Ball95], s.9.

⁵ Jest określana również jako dyspozycyjność lub gotowość operacyjna. Por. *Słownik naukowo-techniczny angielsko-polski*, red. Sergiusz Czerni i Maria Skrzyńska, WNT 1983, s.51.

⁶ MTTF (Mean Time to Failure) to średni czas do zaobserwowania następnego uszkodzenia, a MTTR (Mean Time to Repair) to średni czas, w którym system będzie naprawiony po zaobserwowaniu awarii.

5. Koncepcja analizy wydajnościowo-niezawodnościowej sieci

W dziedzinie analizy wydajności można wyróżnić dwa tradycyjne (choć skrajne) podejścia [Li84, Sanso91]:

1. Określenie wydajności za pomocą miar niezawodności bazujących na spójności sieci (np. niezawodności wszystkich terminali, niezawodności dwóch terminali czy ogólnie niezawodności K -terminali). Miary te znajdują zastosowanie przy założeniu, że wydajność sieci jest wystarczająca tak długo, jak długo sieć jest spójna lub w przypadku pomiaru prawdopodobieństwa, że sieć jest zdolna zagwarantować pewien minimalny poziom usług.
2. Obliczenie miar wydajności z uwzględnieniem przepływowej natury sieci (np. oczekiwanego opóźnienia pakietów) przy założeniu, że elementy sieci nie ulegają uszkodzeniu.

Chociaż prace badawcze, które można zaliczyć do pierwszego nurtu skoncentrowały się na konsekwencjach uszkodzeń w postaci niespójności sieci, to jednak często konsekwencje są mniej katastrofalne i pojawiają się w postaci zredukowanej wydajności (*performance*)⁷. Miary bazujące na spójności sieci nie zawsze są najodpowiedniejsze, gdyż nie uwzględniają wpływu uszkodzeń sieci na jej wydajność. Dlatego wykorzystanie miar niezawodności bazujących na spójności sieci do określenia zdolności do prawidłowego działania sieci może doprowadzić do zbyt wysokiego oszacowania [Sanso91]. Podejście to nie uwzględnia przepływów w sieci, pojemności łączy ani zagadnień wyboru tras (*routing*).

Drugie skrajne podejście uwzględniając przepływową naturę sieci i zdolność sieci do przeniesienia określonego ruchu nie uwzględnia uszkodzeń elementów sieci oraz ich wpływu na wybór tras.

Jak widać oba podejścia z założenia ograniczają zakres zastosowań rozpatrywanych miar w zakresie analizie wydajności sieci. W związku z tym celowa wydaje się łączna analiza wydajnościowo-niezawodnościowa, co wymaga sformułowania odpowiednich miar wydajnościowo-niezawodnościowych (*performability measures*)⁸, nazywanych również

⁷ Por.: [Colbourn98], s.2.

⁸ Termin *performability* powstał ze złożenia terminów *performance* i *reliability*. Por.: [Colbourn98], s.2.

miarami wydajności lub miarami zdolności do prawidłowego działania⁹. Muszą one uwzględniać przepływy w sieci, możliwość uszkodzeń elementów sieci, a także zaniebawiany zwykle aspekt korekcji bądź ponownego doboru tras przesyłania pakietów po uszkodzeniu elementów sieci, na co pierwsi zwrócili uwagę Sanso i Soumis [Sanso91].

Każdy stan S sieci N ma przypisane prawdopodobieństwo wystąpienia $\Pr[S]$ i wartość $\psi(S)$ pewnej miary wydajności ψ związanej z danym stanem. Oczekiwana wydajność (*expected performance*) określona wzorem:

$$Perf(N) = \sum_S \Pr[S] \psi(N, S),$$

jest według Colbourn [Colbourn98] jedną z najpowszechniej wykorzystywanych miar wydajnościowo-niezawodnościowych.

Miara wydajności $\psi(S)$ związana z danym stanem S sieci N może uwzględniać aspekt niezawodnościowy w podobny sposób, jak ma to miejsce w przypadku algorytmu faktoryzacji [Madeyski99, Theologou91, Page88, Wood85, Wood86, Satyanarayana83], gdzie funkcja binarna (nazwijmy ją $X(N, S)$) przyjmuje wartości 1 lub 0 w zależności od tego, czy w stanie S węzły ze zbioru K są połączone czy nie.

Podczas gdy spójność węzłów ze zbioru K jest warunkiem koniecznym zapewnienia wymaganej wydajności pracy, to nie jest jednak warunkiem wystarczającym. Może się zdarzyć, że sieć nie zapewnia wymaganej wydajności (np. może przenieść jedynie część wymaganego ruchu lub średnie opóźnienie pakietów jest zbyt duże) pomimo, że wszystkie węzły ze zbioru K są połączone lub nawet wszystkie elementy składowe sieci są sprawne¹⁰. Spełnienie wymogów przepływu czy wymogów czasowych w danym stanie S sieci N można wyrazić za pomocą współczynnika $I(N, S)$ przyjmującego wartości z przedziału $[0...1]$. Może on być określony na przykład na podstawie wymaganej i możliwej do uzyskania wielkości ruchu pomiędzy każdą parą węzłów sieci N w danym stanie S uwzględniając stosowany w danej sieci algorytm wyboru tras.

⁹ *Performability* to zdolność prawidłowego działania. Por.: *Słownik naukowo-techniczny angielsko-polski*, red. Sergiusz Czerni i Maria Skrzyńska, WNT 1983, s.563.

¹⁰ Sytuacja w której pomimo, iż wszystkie elementy sieci są sprawne, to sieć nie spełnia postawionych wymogów wydajnościowych świadczy o konieczności rozbudowy sieci.

Miara wydajności $\psi(N, S)$ związana z danym stanem S sieci N byłaby wtedy określona następująco:

$$\psi(N, S) = X(N, S) * I(N, S).$$

Powyższa formuła zapewnia uwzględnienie zarówno wymogów niezawodnościowych (z wykorzystaniem miary niezawodności bazującej na spójności sieci) jak i wydajnościowych, związanych z przepływowym charakterem sieci (takich jak wymogi przepływu i/lub wymogi czasowe)¹¹.

Ponieważ liczba stanów sieci zależy wykładniczo od ilości elementów, które mogą ulec uszkodzeniu, aby zapewnić możliwość analizy dużych sieci potrzebne staje się zastosowanie metody generowania górnych i dolnych ograniczeń na oczekiwaną wydajność sieci z uwzględnieniem najbardziej prawdopodobnych [Li84, Yang89] lub najistotniejszych [Sanso91] stanów.

Metodologia generowania górnych i dolnych ograniczeń na oczekiwaną wydajność sieci $Perf(N)$ z uwzględnieniem najbardziej prawdopodobnych lub najistotniejszych stanów sieci może być następująca:

- Wybór złożonej miary wydajności $\psi(S)$ uwzględniającej wpływ uszkodzeń na wydajność sieci jak również przeplywową naturę sieci, w szczególności aspekt korekcji bądź ponownego doboru tras przesyłania pakietów z wykorzystaniem stosowanego w sieci N algorytmu doboru tras (*routing algorithm*).
- Wybór m najbardziej prawdopodobnych lub najistotniejszych stanów sieci i określenie w każdym z tych stanów miary wydajności $\psi(S)$.
- Określenie górnego i dolnego ograniczenia na oczekiwaną wydajność sieci.

Literatura

[Ball80] M. O. Ball, Complexity of network reliability computations, *Networks* 1980 (10), 153-165.

¹¹ Możliwe jest oczywiście równoczesne uwzględnienie kilku różnych wymogów.

- [Ball83] M. O. Ball, J. S. Provan, The complexity of counting cuts and of computing the probability that a graph is connected, *SIAM J. Comp.* 1983 (12), 777-788.
- [Ball86] M. O. Ball, An overview of the complexity of network reliability computations, *IEEE Trans. Reliability*, 1986 (R-36) Aug., 230-239.
- [Ball95] M.O. Ball, C. J. Colbourn, J. S. Provan, Network reliability, *Handbook of Operations Research: Network Models*, Elsevier North-Holland 1995, 673-762. (tekst dostępny także w formie raportu M.O. Ball, C. J. Colbourn, J. S. Provan, *Network reliability* TR92-74, Institute for Systems Research, University of Maryland, 1992).
- [Beichelt91a] F. Beichelt, P. Tittmann, A Generalized Reduction Method for the Connectedness Probability of Stochastic Networks, *IEEE Trans. Reliability* 1991 (40), 198-204.
- [Beichelt91b] F. Beichelt, P. Tittmann, Reliability analysis of communication networks by decomposition, *Microelectron. Reliab.* 1991 (31), 868-872.
- [Boesch86] F. T. Boesch, Synthesis of reliable networks – a survey, *IEEE Trans. Reliability* 1986 (35), 240-246.
- [Cancela94] H. Cancela, M. E. Khadiri, A recursive variance reduction algorithm for estimating communication network reliability, *Technical Report 860*, IRISA, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes, France, 1994.
- [Cancela95] H. Cancela, M. E. Khadiri, Recursive path conditioning Monte Carlo simulation of communication network reliability, *Technical Report 915*, IRISA, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes, France, 1995.
- [Carrier96] J. Carrier, C. Lucet, A decomposition algorithm for network reliability evaluation, *Discrete Appl. Math.* 1996(65), 141-156.
- [Colbourn88] C. J. Colbourn, D. D. Harms, Bounding All-Terminal Reliability in Computer Networks, *Networks* 1988 (18), 1-12.
- [Colbourn98] C. J. Colbourn, Reliability issues in telecommunications network planning, *Telecommunications Network Planning*, (oddane do druku).
- [Harms93] D. D. Harms, C. J. Colbourn, Renormalization of Two-Terminal Reliability, *Networks* 1993(23), 289-297.

- [Li84] V. O. K. Li, J. A. Silvester, Performance Analysis of Networks with Unreliable Components, *IEEE Trans. Communications* 1984 (COM-32), s.1105-1110.
- [Madeyski99] L. Madeyski, Metody obliczania niezawodności sieci K-Terminali, Politechnika Wroclawska, Rozprawa doktorska (PRE, nr 20/1999).
- [Ng91] T. P. Ng, K-terminal reliability of hierarchical networks, *IEEE Trans. Reliability* 1991 (40), 218-225.
- [Page88] L. B. Page, J. E. Perry, A practical implementation of the factoring theorem for network reliability, *IEEE Trans. Reliability* 1988 (37) Aug, 259-267.
- [Provan86] J. S. Provan, The complexity of reliability computations in planar and acyclic graphs, *SIAM J. Computing* 1986 (15), 694-702.
- [Sanso91] B. Sanso, F. Soumis, Communication and Transportation Network Reliability Using Routing Models, *IEEE Trans. Reliability* 1991 (R-40), s.29-38.
- [Satyanarayana83] A. Satyanarayana, M. K. Chang, Network Reliability and the Factoring Theorem, *Networks*, 1983 (13), 107-120.
- [Satyanarayana85] A. Satyanarayana, R. K. Wood, A linear-time algorithm for computing K-terminal reliability in series-parallel networks, *SIAM J. Computing*, 1985 (14), 818-832.
- [Strayer98] H. Strayer, K.C Wellsch, C.J. Colbourn, F. Glover, Planarization, Dualization and All-Terminal Reliability, *Proceedings of the Eighth Quadrennial International Conference on Graph Theory, Combinatorics, Algorithms and Applications*, accepted.
- [Theologou91] O. R. Theologou, J. G. Carlier, Factoring and Reductions for Networks with Imperfect Vertices, *IEEE Trans. Reliability*, 1991 (40), 210-217.
- [Torrieri94] D. Torrieri, Calculation of Node-Pair Reliability in Large Networks with Unreliable Nodes, *IEEE Trans. Reliability*, 1994 (43), 375-377,382.
- [Valiant79b] L. G. Valiant, The complexity of enumeration and reliability problems, *SIAM J. Computing*, 1979 (8), 410-421.
- [Wood85] R. K. Wood, A Factoring Algorithm Using Polygon-to-Chain Reductions for Computing K-Terminal Network Reliability, *Networks*, 1985 (15), 173-190.
- [Wood86] R. K. Wood, Factoring Algorithms for Computing K-Terminal Network Reliability, *IEEE Trans. Reliability*, 1986 (R-35), 269-278.

[Wood89] R. K. Wood, Triconnected decomposition for computing K-terminal network reliability, *Networks*, 1989 (19), 203-220.

[Yang89] C.-L. Yang, P. Kubat, Efficient computation of most probable states for communication networks with multimode components, *IEEE Trans. Communication* 1989(COM-37), s.535-538.